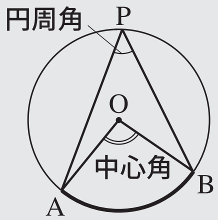
レッスン 6001 円周角の定理①

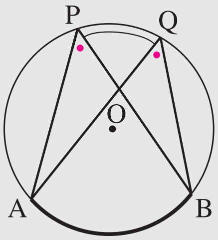
ポイント

● 円Oにおいて，右の図のように円周上に点Pをとるとき，$\angle APB$ を $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角(えんしゅうかく)という

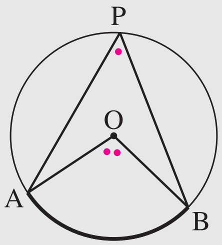


● 円周角の定理

① 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい



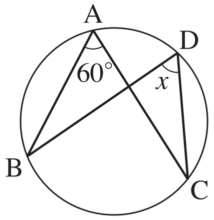
② 円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの半分である



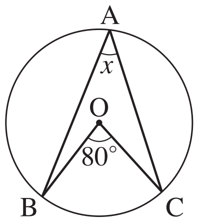
問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

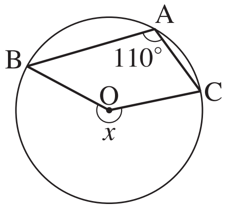
(1)



(2)



(3)

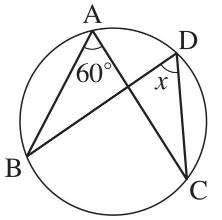


解答

(1) $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ に対する円周角の大きさは等しいので

$\angle x = \mathbf{60^\circ}$ …(答)

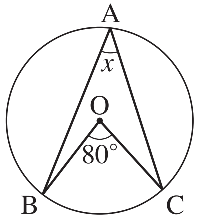
(1)



(2) 円周角の大きさは中心角の大きさの半分だから

$$\angle x = 80^\circ \times \frac{1}{2}$$
$$= \mathbf{40^\circ}$$ …(答)

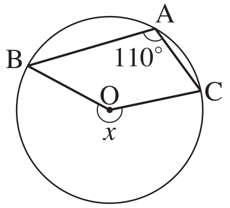
(2)



(3) 中心角の大きさは円周角の大きさの 2 倍だから

$$\angle x = 110^\circ \times 2$$
$$= \mathbf{220^\circ}$$ …(答)

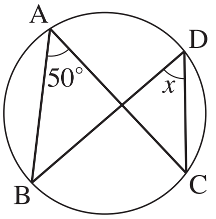
(3)



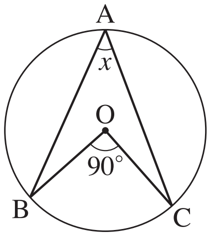
確認テスト 円周角の定理①

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

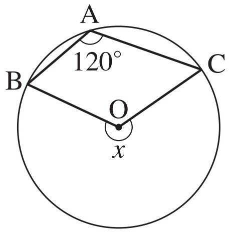
(1)



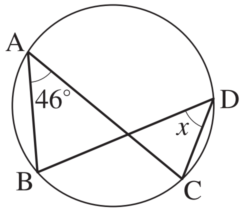
(2)



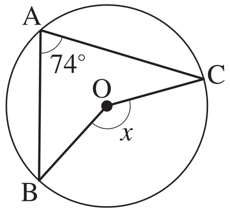
(3)



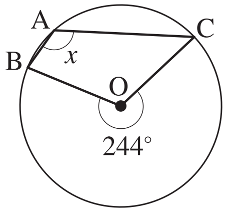
(4)



(5)



(6)



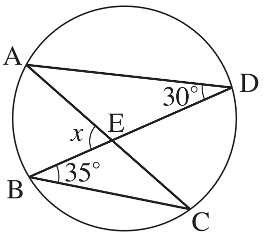
レッスン 6002

円周角の定理②

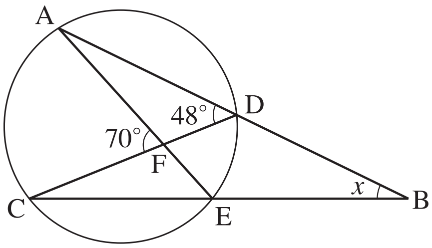
問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

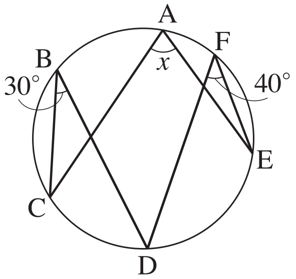
(1)



(2)

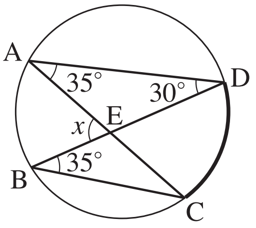


(3)



解答

(1)



$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する円周角は等しいので

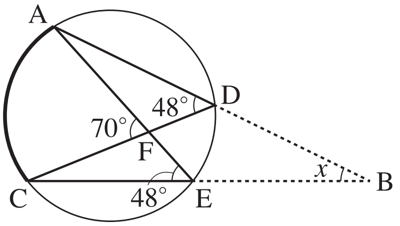
$$\angle \mathrm{CAD} = \angle \mathrm{CBD} = 35^\circ$$

三角形の内角と外角の性質より

$$35^\circ + 30^\circ = \angle x$$

$$\angle x = \mathbf{65^\circ} \quad \cdots(答)$$

(2)



$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいので

$$\angle AEC = \angle ADC = 48^\circ$$

$\triangle AFD$ について，三角形の内角と外角の性質より

$$\angle FAD + 48^\circ = 70^\circ$$

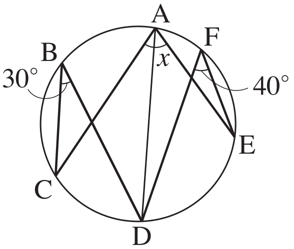
$$\angle FAD = 22^\circ$$

同様に，$\triangle AEB$ について

$$\angle x + 22^\circ = 48^\circ$$

$$\angle x = \mathbf{26^\circ}$$ …(答)

(3)

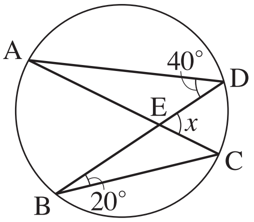


2 点 A，D を結ぶ。同じ弧に対する円周角は等しいので

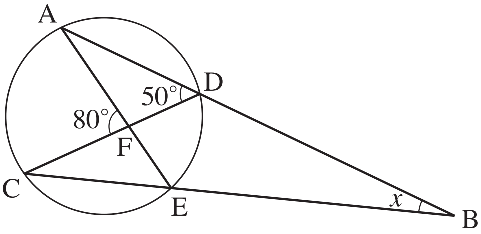
$$\begin{aligned}\angle x &= \angle CAD + \angle DAE \\ &= \angle CBD + \angle DFE \\ &= 30^\circ + 40^\circ \\ &= \mathbf{70^\circ}\end{aligned}$$ …(答)

次の図で，∠x の大きさを求めなさい。

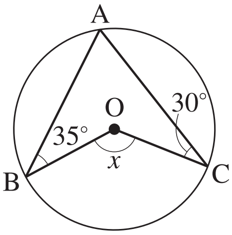
(1)



(2)



(3)

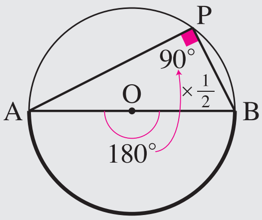


レッスン 6003

直径と円周角

ポイント

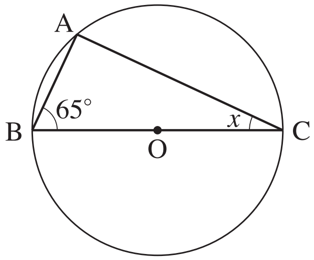
● 半円の弧に対する円周角は 90° となる



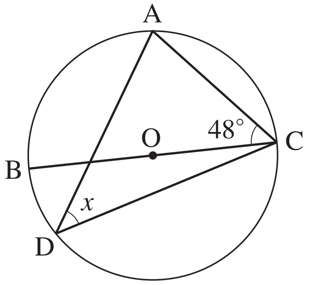
問題

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。なお，点 O は円の中心とする。

(1)



(2)



解答

(1) 半円の弧に対する円周角は 90° だから

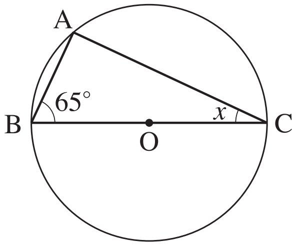
$\angle BAC = 90°$

$\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから

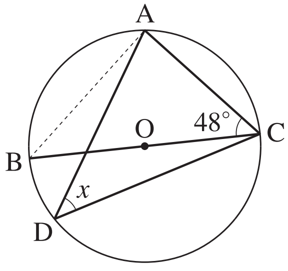
$\angle x = 180° - 90° - 65°$

$= \mathbf{25°}$ …(答)

(1)



(2)



2 点 A，B を結ぶと，半円の弧に対する円周角は 90° だから

$\angle BAC = 90°$

$\triangle ABC$ の内角の和は 180° だから

$\angle ABC = 180° - 90° - 48°$

$= 42°$

等しい弧に対する円周角は等しいので

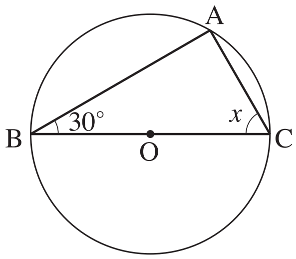
$\angle x = \angle ABC$

$= \mathbf{42°}$ …(答)

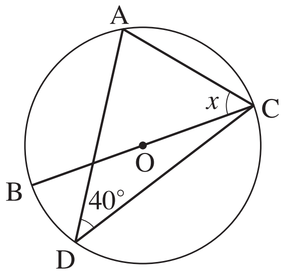
確認テスト 直径と円周角

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。なお，点 O は円の中心とする。

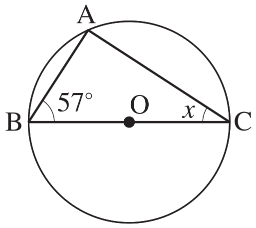
(1)



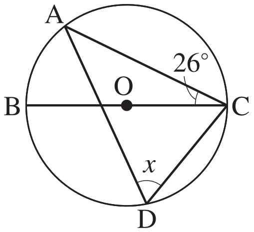
(2)



(3)



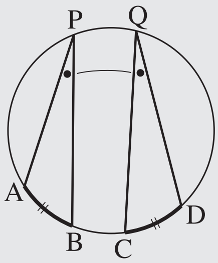
(4)



レッスン 6004 弧の長さと円周角

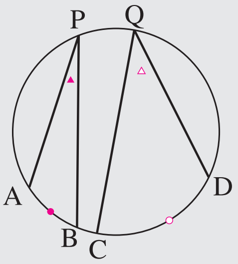
ポイント

- 1 つの円において，円周角と弧の間では次の関係が成り立つ
  1 等しい円周角に対する弧の長さは等しい
  2 等しい長さの弧に対する円周角の大きさは等しい



- 1 つの円において，中心角の大きさと弧の長さは比例することから，円周角の大きさと弧の長さの間に次の比例式が成り立つ

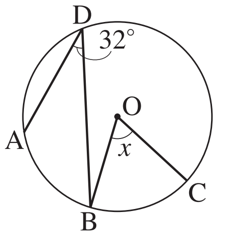
$$\angle APB : \angle CQD = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}$$



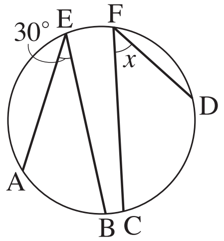
問題

次の問いに答えなさい。

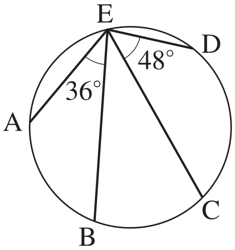
(1) 次の図について，$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(2) 次の図について，$\overset{\frown}{AB} = 6\,\mathrm{cm}$，$\overset{\frown}{CD} = 9\,\mathrm{cm}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(3) 次の図について，$\overset{\frown}{AB} = 6\,\mathrm{cm}$ のとき，$\overset{\frown}{CD}$ の長さを求めなさい。



解答

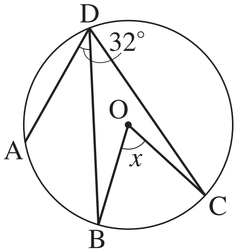
⑴ $\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = \overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ より，等しい弧に対する円周角は等しいので

$$\angle \mathrm{ADB} = \angle \mathrm{BDC} = 32^\circ$$

中心角は円周角の 2 倍だから

$$\angle x = 32^\circ \times 2$$
$$= \mathbf{64^\circ} \quad \cdots(答)$$

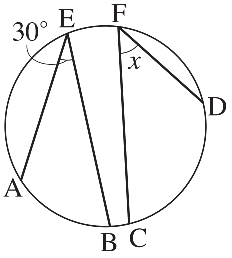
⑴



⑵ $\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 6\,\mathrm{cm}$，$\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = 9\,\mathrm{cm}$ より

$$\angle \mathrm{AEB} : \angle \mathrm{CFD} = \overset{\frown}{\mathrm{AB}} : \overset{\frown}{\mathrm{CD}}$$
$$30^\circ : \angle x = 6 : 9$$
$$\angle x \times 6 = 270^\circ$$
$$\angle x = \mathbf{45^\circ} \quad \cdots(答)$$

⑵



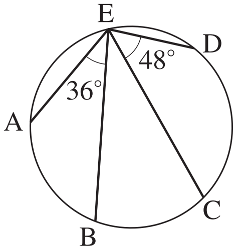
⑶ $\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 6\,\mathrm{cm}$ より，$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さを $x\,\mathrm{cm}$ とおくと

$$\angle \mathrm{AEB} : \angle \mathrm{CED} = \overset{\frown}{\mathrm{AB}} : \overset{\frown}{\mathrm{CD}}$$
$$36^\circ : 48^\circ = 6 : x$$
$$3 : 4 = 6 : x$$
$$3 \times x = 4 \times 6$$
$$x = 8$$

よって

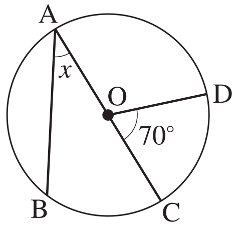
$\mathbf{8\,cm}$ …(答)

⑶

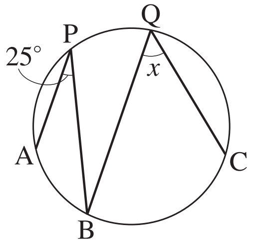


次の問いに答えなさい。

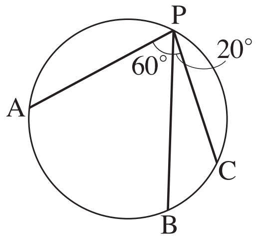
(1) 次の図について，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



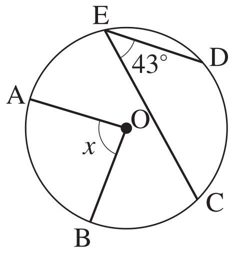
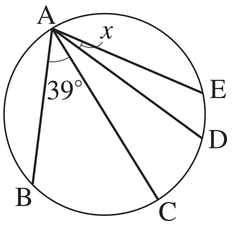
(2) 次の図について，$\overset{\frown}{AB}=4\,\mathrm{cm}$，$\overset{\frown}{BC}=8\,\mathrm{cm}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(3) 次の図について，$\overset{\frown}{AB}=21\,\mathrm{cm}$ のとき，$\overset{\frown}{BC}$ の長さを求めなさい。



(4) 次の図について，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



(5) 次の図について，$\overset{\frown}{BC} = 12\,\text{cm}$，$\overset{\frown}{DE} = 4\,\text{cm}$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。